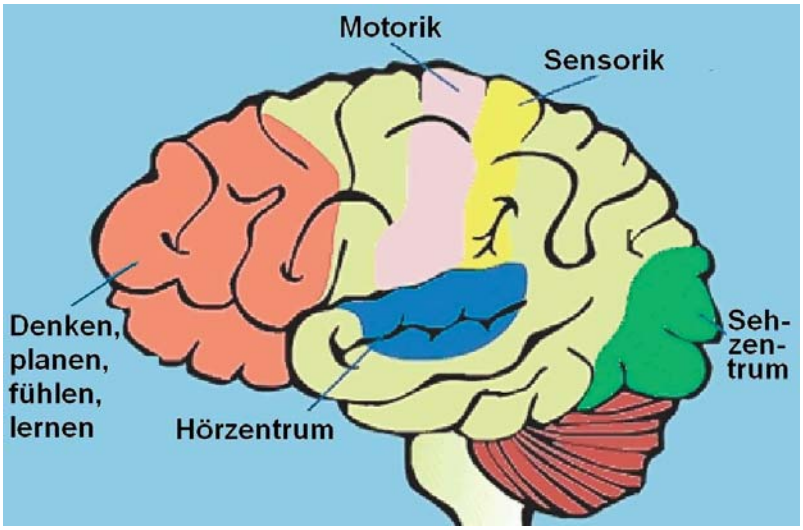
Günter **HANISCH**
Eva **SATTLBERGER**

Neuropsychologische Grundlagen der Mathematikdidaktik

1. Einleitung

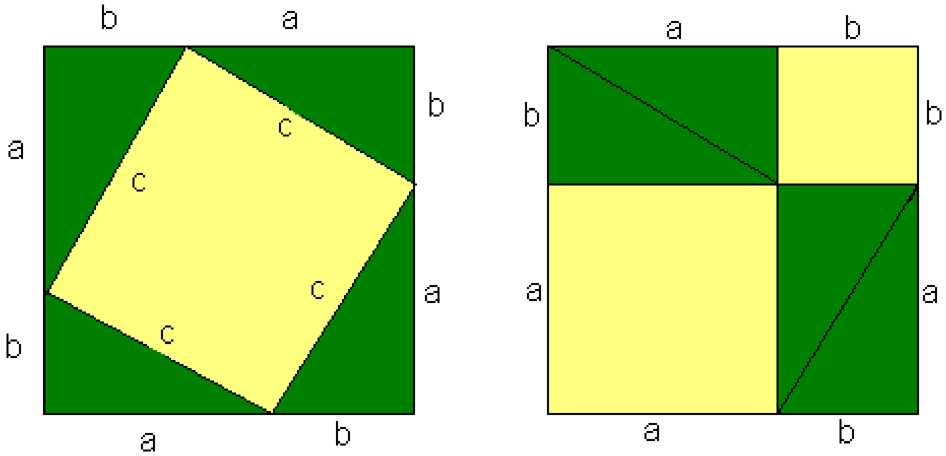
Aktuelle Ergebnisse der Hirnforschung werden zurzeit in vielen Wissenschaftsdisziplinen als Erklärungsmuster herangezogen, ein Beispiel dafür stellt unter anderen der Bereich der Erziehungswissenschaft dar. Mechanismen des Lernens erhalten Erklärungsversuche, um ein besseres Verstehen des z. B. menschlichen Lernens zu gewährleisten. Ausgangspunkt dieses Beitrags war ein Vortrag des Neuropsychologen M. SPITZER „Was bedeuten die Erkenntnisse der Hirnforschung für unsere Schulen und die Aus- und Fortbildung von Lehrer/innen?" vor knapp einem Jahr in Wien. Dieser allgemein äußerst interessante Vortrag bewog uns dazu die Erkenntnisse der Hirnforschung unter einem mathematisch-didaktischen Aspekt zu betrachten. Ein Blick auf die aktuelle Literatur – insbesondere SPITZERs Werk „Lernen. Gehirnforschung und die Schule des Lebens“ (SPITZER 2007) – wurde dahingehend geworfen, welche Lehren man daraus für die Mathematikdidaktik ziehen kann. Motivierend für dieses Vorgehen war zudem, dass zur selben Zeit eine neue Lehrbuchreihe für die Unterstufe im Entstehen war und dieses Werk mit den gewonnenen Erkenntnissen optimiert werden konnte. Nun – um mit STADELMANN zu sprechen:
„Die Erkenntnisse der Neuropsychologie sind nicht dergestalt, dass sie die gesamten bildungswissenschaftlichen Erkenntnisse quasi über den Haufen werfen und absolut Neues, Revolutionäres für den Unterricht bringen. Sie leisten aber einen wichtigen Beitrag zum Verständnis von Lernprozessen und ermöglichen eine Unterstützung bereits bekannter pädagogischer Anliegen.“ (STADELMANN 2003, S. 32)

2. Aufbau des Gehirns



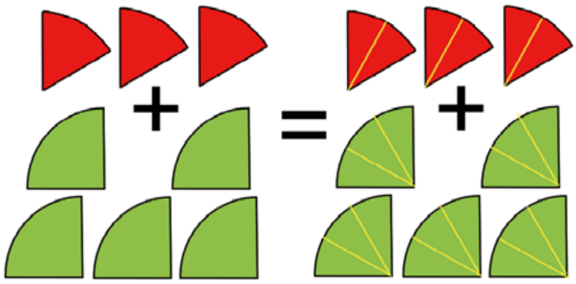
Das Gehirn ist jenes Organ, das 20 % der gesamten Energie des menschlichen Körpers umsetzt. Gehen wir von einer Person mit 70 kg Masse aus, so müsste – wenn das Gehirn nur anteilsmäßig die Ressourcen zugeteilt bekäme – seine Gehirnmasse 14 kg betragen. Sie beträgt aber nur etwa 1/10 davon. Im Gehirn gibt es etwa 10^{10} Neuronen, jedes Neuron ist wieder mit 10^4 anderen Neuronen verbunden, sodass es insgesamt 10^{14} Verbindungen gibt. Rein rechnerisch ergibt sich daraus, dass jede Gehirnzelle über ca. 4 Schritte mit jeder anderen Gehirnzelle verbunden ist.

Vom restlichen Körper kommen nur etwa 2,5 Millionen Nervenfasern ins Gehirn, wobei 2 Millionen davon auf die beiden Sehnerven entfallen. Das bedeutet, dass der Mensch optimal fürs Sehen ausgerüstet ist, er ist ein visuelles Lebewesen. Die netzartige Struktur bedingt die sehr gute Fähigkeit zur Erkennung, Analyse, und Verarbeitung von Mustern. Für den Unterricht in der Schule würde dies bedeuten, dass Lerninhalte so oft wie möglich visualisiert werden sollten. Im Mathematikunterricht kann dieses Visualisieren dabei inner- oder außermathematisch erfolgen: Das unten stehende Beispiel zeigt die Möglichkeit einer Visualisierung des Pythagoreischen Lehrsatzes, bei der das Ergebnis offenkundig ist.



(aus HANISCH et al 2010, im Druck)

In nebenstehender Abbildung (aus HANISCH et al 2009, S. 90) findet sich eine Visualisierung des Addierens ungleichnamiger Brüche.



Außermathematisch ist hingegen z. B. die Visualisierung unterschiedlicher Brüche mit derselben Bruchzahl. Sara schaut zwar verschieden aus, aber es ist immer noch dieselbe Sara (vgl. HANISCH et al 2009, S. 81).

Allerdings darf man das Visualisieren auch nicht übertreiben, wie etwa $(a+b)^3$ in Form von aus Würfeln zusammengesetzten Prismen darstellen. Näheres dazu etwa in HANISCH 1985.

3. Hauptaufgabe des Gehirns: Lernen

Die Hauptaufgabe des menschlichen Gehirns ist das Lernen. Es wird grundsätzlich zwischen Kurzzeitgedächtnis und Langzeitgedächtnis unterschieden. Das Kurzzeitgedächtnis ist ein vorübergehend stabiler elektrischer Anregungszustand von miteinander verbundenen Neuronengruppen. Die Informationen kreisen darin herum wie der Ball bei einem Fußballspiel, wenn eine Mannschaft gegen Ende des Spiels nur mehr defensiv spielt, da sie bereits in Führung liegt. Wenn die Information dann nicht mehr aktuell ist, wird sie vergessen. Dies geschieht aber leider auch, und das hängt von der Information ab, wenn die psychische Präsenzzeit überschritten ist. Dazu ein Experiment zur Verdeutlichung: *Multiplizieren Sie bitte 37 mit 43 im Kopf!*

Multiplikationen mit zweistelligen Zahlen bereiten unter Umständen Schwierigkeiten, weil immer wieder rekapituliert werden muss, was bereits gerechnet wurde, um die Rechnung fortführen zu können.
Schüler/innen sollten auf diese Tatsache unbedingt aufmerksam gemacht werden, denn viele Fehler lassen sich auf dieses Phänomen zurückführen. So vergessen Schüler/innen am Ende einer Rechnung z. B. oft das richtige Vorzeichen.
Bei Aufgaben der Art $(-2)\cdot(+3)\cdot(-4)\cdot(+5) =$ könnte man daher folgenden Tipp formulieren: *Bestimme zuerst das Vorzeichen und schreibe es hin! Rechne dann erst weiter!*

Sollte man sich etwas auf lange Sicht merken, dann muss es im Langzeitgedächtnis gespeichert werden. Im Langzeitgedächtnis ist nicht nur unser Wissen über Bewegungsvorgänge und Handlungen abgespeichert, sondern auch jenes über Fakten, Bedeutungen von Dingen und Sinneszusammenhängen. Während im Kurzzeitgedächtnis die Inhalte als Aktivierung von Neuronen gespeichert werden, sind die Inhalte des Langzeitgedächtnisses in Form von Verbindungen zwischen Neuronen (also als Hirnstruktur) gespeichert. Diese Strukturen im Gehirn werden durch das Verstärken, Neubilden oder Absterben von Nervenfasern, das Umfunktionieren alter Nervenzellen, sowie das Entstehen neuer Nervenzellen verändert. Dieser noch nicht vollkommen erschlossene Mechanismus begründet auch die zwei wichtigsten Eigenschaften des Langzeitgedächtnisses. Es hat eine fast unbegrenzte Speicherdauer und eine fast unbegrenzte Kapazität.

Erst durch Übung kommen viele Inhalte in das Langzeitgedächtnis. Daher ist Üben ein unverzichtbarer Teil eines guten Mathematikunterrichts. Um die Wichtigkeit des Übens zu demonstrieren, ein Experiment: *Ordnen Sie bitte die Zahlen von 1 bis 10 nach dem Alphabet!*

Diese Aufgabe ist nicht leicht, da etwas Bekanntes und vor allem stark Automatisiertes in einem anderen, nicht üblichen Kontext verwendet werden soll. Da es nicht geübt wurde, braucht man für derart ungewohnte Aufgabenstellungen relativ lange bis man die Lösung hat. Hat man es jedoch öfters getan, fällt es ganz leicht. Ähnlich verhält es sich mit Aufgabenstellungen wie sie bei Vergleichstests (z. B. Pisa) gestellt werden. Auch dabei handelt es sich häufig um für Schülerinnen und Schüler ungewohnte Aufgabenstellungen und Formulierungen. Da derartige Tests auch im Sinne der Bildungsstandards bzw. in weiterer Folge auch z. B. bei zentralisierten Berechtigungsprüfungen (Zentralmatura) mehr und mehr an Bedeutung gewinnen, sollte Schüler/innen die Möglichkeit gegeben werden, solche Aufgaben auch zu üben. Materialien dazu finden sich in zahlreichen Variationen bereits im Internet, aber auch einzelne Schulbuchverlage haben bereits reagiert und bieten Schulbücher an, in denen (Teile von) Pisa-Aufgaben integriert wurden, genau so wie Aufgaben für Bildungsstandards und z. B. Känguruaufgaben.

Für das gehirngerechte Lernen von Mathematik ist es daher zum einen wichtig, dass wir als Lehrer/innen unseren Schüler/innen Übungsbeispiele zur Verfügung stellen sollen, damit Informationen ins Langzeitgedächtnis übergeführt werden können, zum anderen ist es wichtig, diese Übungen gezielt in unterschiedliche Kontexte einzubetten, um mehrere Gehirnareale damit zu aktivieren.

> Je häufiger ähnliche Muster angeboten werden und als Signale vom Gehirn aufgenommen werden, desto größer und intensiver wird dabei die Repräsentanz dieser Muster im Gedächtnis. Übungsformen sollen daher häufig, aber relativ kurz stattfinden.
>
> Je intensiver solche Inputs – immer in leichter Varianz – angeboten werden, desto größer werden die im Gehirn entstehenden Repräsentanzflächen. Für Übungsformen bedeutet dies, dass sie zusätzlich ganz gezielt leichte Variationen aufweisen sollten, damit sich für den Kern des Lerngegenstandes eine breitere neuronale Repräsentanzfläche entwickeln kann.
>
> Regeln und Muster werden nicht als einzelne Regeln gelernt, sie werden vielmehr aus wiederkehrenden modellhaften Beispielen und Situationen extrahiert und zu Regeln und Mustern verdichtet. Um Regeln auch zu verstehen, ist es wichtig, dass sich das Regelhafte als neuronales Muster durch entsprechende, leicht variierte Beispiele und Wiederholungen aufbauen kann. Diese Regeln können langfristig nur dann richtig angewendet werden, wenn beim Üben die Aufgabenstellungen leicht variiert wurden und das formal Gelernte nicht mehr gepasst hat.
>
> Eine weitere Ausweitung neuronaler Repräsentanz kann dadurch erreicht werden, dass ein Lerngegenstand unterschiedliche (fachbezogene, alltagsnahe, emotionale, sozial-kooperative, …) Inputmuster aufweist. Dadurch werden Inhalte in unterschiedlichen Gedächtnisstrukturen an unterschiedlichen Stellen unseres Gehirns gespeichert. Für Schüler/innen wird es damit leichter sich an einen bestimmten Lerngegenstand über unterschiedliche Zugänge wieder zu erinnern. Hilfreich dabei ist es, Lerngegenstände in unterschiedliche Kontexte zu stellen und diese den Schüler/innen auch bewusst zu machen.
>
> Vom Einfachen zum Komplexeren: Da neuronale Muster häufig aufeinander aufbauen, d.h. von einfacheren zu komplexeren werden, ist es für das Lernen hilfreich, wenn Lerninhalte in verschiedene an Komplexität zunehmende Kontexte gestellt werden.
> Um bestimmte Lerninhalte zu festigen ist es wichtig, dass diese immer wieder im Sinne eines Spiralverfahrens geübt werden können. Dabei soll das erworbene Wissen kommuniziert werden und über längere Zeit in variierenden Zeitabständen wiederholt werden.
>
> (vgl. SCHIRP in CASPARY 2006, S. 105f)

Interessant ist auch, dass unser Gehirn Schätzen und Rechnen in verschiedenen Arealen vornimmt. Die beiden Scheitellappen sind zuständig für das Schätzen, für die visuelle und die räumliche Vorstellung. Bei genauen Berechnungen ist der linke Stirnlappen aktiv, in dem auch die Verbindungen zwischen den Wörtern hergestellt werden. Das heißt Schätzen (darunter soll nicht eine Überschlagsrechnung gemeint sein, sondern ein Abrufen „aus dem Bauch heraus“) und Rechnen sind neurobiologisch etwas anderes und müssen – wenn Wert darauf gelegt wird – extra geübt werden.

4. Können versus Wissen

Nicht nur das Rechnen und das Schätzen, sondern auch das Können und das Wissen werden im Gehirn an zwei verschiedenen Orten lokalisiert: das Können im Frontalhirn und das Wissen im Hyppocampus.

Um den Unterschied zwischen Können und Wissen zu demonstrieren, ein kleines Experiment aus dem Unterrichtsfach Deutsch: Das Wort „umfahren“ hat zwei Bedeutungen – man kann einen Polizisten, der in der Mitte der Kreuzung steht umfahren, was natürlich seiner Gesundheit nicht gut tut, oder man kann ihn um-fahren.
Bilden Sie nun bitte jeweils die Vergangenheitsform des Wortes umfahren!
Einmal wurde er umgefahren, er muss ins Krankenhaus, das andere Mal wurde er umfahren. Die meisten Menschen können zwar die korrekte Vergangenheitsform bilden, wissen aber oft die Regel dafür nicht. Genauso verhält es sich mit vielen Aufgaben in der Schulmathematik. Das Wissen der Regeln ist teilweise nicht notwendig, man muss Mathematik können bzw. die Aufgabe lösen können. So ist es z. B. gleichgültig, ob man den Ausdruck Prozentwert oder Prozentanteil verwendet, Hauptsache man kann ausrechnen, wie viel 15 % von 300 € sind.

Wie schon weiter oben beschrieben nimmt das Gehirn eintreffende Informationen auf und speichert diese in unterschiedlichen Gehirnarealen. Die Kognitionsforschung unterscheidet dabei unterschiedliche Gedächtnisformen, bezogen auf ihre zeitliche Verfügbarkeit (Lang-, Kurz- und Ultrakurzzeitgedächtnis). Bezogen auf die Inhalte wird zwischen deklarativem (explizitem) und nicht-deklarativem (implizitem) Gedächtnis unterschieden. Das deklarative Gedächtnis kann noch einmal in ein episodisches und in ein semantisches Gedächtnis aufgeteilt werden. In unserem semantischen Gedächtnis werden unter anderem z. B. Fakten, Zeit- und Raumbezüge bzw. mathematische Lösungszugänge gespeichert. Über dieses Wissen verfügen wir auch unabhängig von den konkreten Lernkontexten, in denen wir dieses Wissen erworben haben. Diese Wissensbestände lassen sich bewusst wieder abrufen, ohne dass wir genau rekonstruieren können, in welchen unterrichtlichen Settings wir diese gelernt haben. Im episodischen Gedächtnis werden vor allem unsere autobiografischen Erlebnisse, Ereignisse und Erfahrungen gespeichert, sowie deren situative und zeitliche Einbindung (vgl. SCHIRP in CASPARY 2006, S. 113f).

Ein weiteres Beispiel zur unterschiedlichen Speicherung von Informationen haben Untersuchungen an Londoner Taxilenker/innen gezeigt. Diese haben einen größeren Hyppocampus als andere Londoner Bürger/innen, da sie den ganzen Stadtplan als Wissen gespeichert haben.

Eine weitere ganz besondere Bedeutung kommt in diesem Zusammenhang dem Schlaf zu. Während der REM-Phasen träumen wir. Der Ausdruck kommt von Rapid-Eye-Movement, weil sich in dieser Schlafphase die Augäpfel schnell bewegen. In diesen Schlafphasen kommt es zu einem Update zwischen Hyppocampus und Frontalhirn. Es werden also Informationen zwischen Frontalhirn und Hyppocampus übertragen. In diesem Sinn spielt also auch ausreichender Schlaf eine große Rolle, wenn es um das Lernen von Mathematik geht, denn Schüler und Schülerinnen sollen Mathematik letztendlich können und nicht nur wissen.

5. Hyppocampus

Eine zentrale Rolle im Gehirn nimmt der Hyppocampus (eine relativ kleine Struktur tief im Gehirn) ein, der sehr stark mit sich selbst vernetzt ist, viel stärker als das restliche Gehirn.

Der Hyppocampus speichert Einzelheiten und zwar genau dann, wenn sie zwei Qualitäten aufweisen: Neuigkeit und Bedeutsamkeit (vgl. SPITZER in CASPARY 2006, S. 25). Der Hyppocampus ist also von sehr großer Bedeutung für unsere Lern- und Verarbeitungsprozesse. Er ist zuständig für die Unterscheidung von Informationen, ob sie alt, bekannt, unwichtig, unbedeutend, uninteressant oder neu, unbekannt, bedeutsam oder interessant sind. Er sorgt aber auch dafür, dass Fakten, Ereignisse, Situationen und Neuigkeiten bewusst wahrgenommen werden. Wenn also der Hyppocampus eine Information als interessant oder neu einstuft, so bildet er „neuronale Repräsentationen", er macht sich also daran, diese Zusammenhänge zu speichern. In bildgebenden Verfahren kann nachgewiesen werden, dass entsprechende Zellverbände und Cluster intensiviert und vergrößert werden (vgl. SCHIRP in CASPARY 2006, S. 111).

„Der Hyppocampus ist der Organisator des deklarativen, d.h. bewusstseinsfähigen Gedächtnisses (episodisches Gedächtnis, Faktengedächtnis, Vertrautheitsgedächtnis). Hier wird festgelegt, was in welchen Netzwerken der Großhirnrinde und in welchem Kontext in welcher Weise abgespeichert wird" (ROTH in CASPARY 2006, S. 58).

Lernen ist aber nicht nur reine Informationsverarbeitung in dem Sinn, dass der/die Lehrer/in sprachlich verfasste bedeutungshafte Informationen aussendet, die dann in das informationsverarbeitende System des Schülers/der Schülerin eindringen, dort in ihrer Bedeutung entschlüsselt, mit dem Vorwissen verbunden und nach bestimmten Denkregeln verarbeitet werden, um dann im Langzeitgedächtnis abgelegt jederzeit wieder abgerufen werden können.

Wissen muss jedoch im Gehirn eines jeden Lernenden neu geschaffen werden.
Um einem Lerngegenstand überhaupt Bedeutung zuzumessen, muss das Gehirn des Lerners/der Lernerin bereits über entsprechendes Vorwissen verfügen. Existiert dieses Vorwissen nicht, oder wird es vom Informationsgeber nicht angesprochen, so kann keine Bedeutungskonstruktion stattfinden.
Die Informationsaufnahme basiert dabei auf den verschiedenen Wahrnehmungsebenen (visuell, auditiv, haptisch, ...).
Daher sollte einerseits das Lernen mit allen Sinnen gefördert werden. Andererseits sollte eine Einbindung der zu lernenden Inhalte in verschiedene Kontexte erfolgen und Zusammenhänge zu anderen mathematischen und auch außermathematischen Inhalten sollten hergestellt werden. Diese geistige Aktivität kann zum Beispiel durch vermehrte Handlungsorientierung forciert werden.

Darüber hinaus werden im Hyppocampus unvollständige Informationen ergänzt, es wird also generalisiert. Ein Beispiel dazu: Wenn ein Mensch in der Steinzeit Beeren von einem Baum gegessen hat und er musste daraufhin erbrechen, weil sie ungenießbar waren, so lernte er daraus, in Zukunft keine Beeren mehr von diesem Baum und auch von allen anderen Bäumen, die so ausschauten, zu essen.

Neben dem Generalisieren ist auch das Diskriminieren wesentlich. Bei Babys tritt oftmals die so genannte 8-Monats-Angst auf, da unterscheiden sie zwischen bekannten Personen und fremden Personen, auf die sie oftmals mit Ängstlichkeit reagieren. Zuvor reagieren Babys auch auf fremde Personen mit einem Lächeln.

Generalisieren und Diskriminieren sind zwei Funktionen, die in der Mathematik einen hohen Stellenwert haben.

Generalisieren brauchen wir immer dann, wenn wir eine Erkenntnis auf einen analogen Sachverhalt anwenden. Dies ist uns – siehe oben – angeboren und daher kann es passieren, dass wir auch dort generalisieren, wo wir es nicht dürfen! Und darauf sollte im Unterricht extra hingewiesen werden.

434 Paul Kuddelmuddel hat eine neue Art des Kürzens entdeckt, wie du sehen kannst. **a)** Was macht er falsch? **b)** Es gibt genau vier Brüche mit zweiziffrigen Zahlen, wo dieses Verfahren funktioniert. Kannst du sie entdecken?

$$\frac{4\cancel{5}}{\cancel{5}7} = \frac{4}{7}$$

Gut als Gruppenarbeit geeignet.

434 $\frac{19}{95}$; $\frac{16}{64}$; $\frac{26}{65}$; $\frac{49}{98}$

(aus HANISCH et al 2009, S. 104)

Fehler, wie sie im obigen Beispiel als Ausgang gezeigt werden, werden immer wieder von Lehrer/innen berichtet. Schülerinnen und Schüler tappen anscheinend immer wieder in die gleiche Falle. Sie sollten daher unbedingt darauf aufmerksam gemacht werden, der folgende Tipp kann dabei sehr nützlich sein:

Beachte: Wenn zwei Zeichen in der Mathematik nebeneinander stehen, kann das Verschiedenes bedeuten:

- 2a bedeutet 2 · a
- 2⅔ bedeutet 2 + ⅔
- 23 bedeutet 2 · 10 + 3 (wegen des Stellenwerts)

Du musst also genau aufpassen, damit dir dabei kein Fehler passiert!

In späteren Klassen müssen dann noch zwei Fälle ergänzt werden:

- f(x) bedeutet f von x (und nicht mal!!!)
- sin bedeutet Sinus

Daher darf sin(2x)/2 nicht gekürzt werden!
Weitere Beispiele finden sich in HANISCH 1998.

Schwierigkeiten beim Verstehen mathematischer Inhalte lassen sich auch entwicklungspsychologisch erklären. Vorschulkinder z. B. lernen auch ohne systematische Instruktion zu zählen. Es ist ihnen unmittelbar einsichtig, dass sich größere Zahlen auf größere Mengen beziehen. Die im Laufe der kulturellen Entwicklung entstandene Mathematik ist hingegen nicht immer intuitiv einsichtig. Zuerst hat man gelernt, dass 8 größer als 7 ist, bei der Einführung der Bruchzahlen muss man aber erkennen, dass plötzlich 6/7 > 6/8 gilt.
Auch dass Multiplikation vervielfachen und Division aufteilen bedeutet, ist intuitiv einsichtig. Dass aber die Multiplikation mit einer Zahl kleiner 1 zu einer Verkleinerung und die Division durch eine derartige Zahl zu einer Vergrößerung führt, ist intuitiv nicht einsichtig.

Lehrer/innen, die die Unterscheidung zwischen intuitivem und kulturell tradiertem Wissen ernst nehmen, können daher besser auf die Schwierigkeiten ihrer Schüler/innen reagieren (vgl. STERN in CASPARY 2006, S. 136f).

6. Jedes Gehirn ist anders

Jedes Gehirn ist unterschiedlich. Selbst eineiige Zwillinge haben verschiedene Gehirne, genauso wie sie unterschiedliche Fingerabdrücke haben. Die Unterschiedlichkeit bei den Gehirnen entsteht einerseits durch die genetische Veranlagung und andererseits durch das bewusste und unbewusste Lernen, denn Lernen verändert unser Gehirn und prägt seine Struktur. Somit schafft es Grundlagen für neue, weiterführende Lernprozesse. Je jünger die Kinder sind, desto plastischer ist ihr Gehirn, desto mehr sind sie für neue Erfahrungen aufgeschlossen. Diese Vernetzung kann vor allem durch das Ansprechen mehrerer Gehirnareale gefördert werden.

Ganz allgemein kann man also vom neuropsychologischen Standpunkt aus sagen, dass Bedingungen zur optimalen Gestaltung von Wissensvermittlung im Schulunterricht folgende Punkte beinhalten sollten:

> Lehrer/innen sollten Angebote machen, die es den Schüler/innen ermöglichen, ihre individuellen und subjektiven Erfahrungen mit den jeweiligen Lerngegenständen zu verbinden. Das zu Lernende kann so in seinem Sinn, in seiner Bedeutsamkeit für das eigene Lernen, den Alltag, das eigene Verständnis wahrgenommen werden.
>
> Lehr- und Lerngegenstände sollten vielfältige Zugänge aufweisen und mehrkanalige, kognitive und emotive Verarbeitungsformen miteinander kombinieren. Unterschiedlich strukturierte Sinn-Angebote können z. B. durch interaktive, kooperative und soziale Einbindung geschehen. Durch Einbeziehung anderer Mitschüler/innen entsteht ein größeres Spektrum von Aspektuierung eines Lerngegenstandes, divergenten Lösungsansätzen oder auch gemeinsam getragenen Lösungen.
>
> Lernangebote sollten gezielt mit hohen Neuigkeitswerten, überraschenden Darstellungen, auch „Rätseln“ oder kognitiven „Widerständen“ operieren. So kann z. B. in Schulbüchern ein Einstiegsbeispiel zu Beginn eines Kapitels gewählt werden, welches die Schüler/innen neugierig macht. Auf Grund ihres bisherigen Wissens noch nicht in der Lage die Fragen dieses Beispiels, dieser Situation zu beantworten, werden sie im Laufe des Kapitels alle Inhalte lernen, um letztendlich eine Problemlösung vorschlagen zu können. Diese Beispiele sollten vor allem aus dem Alltag der Schüler/innen kommen, da die Motivation zur Problemlösung dadurch um einiges größer wird (vgl. dazu auch STERN in CASPARY 2006, S. 138).
>
> Schüler/innen sollten unterschiedliche Strukturierungshilfen wie Mindmaps, Strukturskizzen oder Kernsätze kennen lernen und diese individuell für sich anwenden und nutzen lernen. Auch wenn man anderen etwas erklärt, was man selbst zu verstehen versucht, ist dies ein ungewöhnlich wirksames Mittel, neuronale Strukturierungsformen zu unterstützen.

Lernsituationen sollten so angelegt sein, dass sie individuelle Lernverfahren und selbstständige Lernprozesse unterstützen. Sie sollten für Schüler/innen unterschiedliche, individuell bedeutsame Zugänge zu deklarativen und episodischen Lernprozessen und zur Nutzung von Lernergebnissen aufzeigen und ihnen somit Erfahrungen von der positiven Bedeutung ihrer Lernprozesse und -ergebnisse vermitteln (vgl. Schirp in Caspary 2006, S. 116f und 121).

Für das Lernen in der Schule bedeutet das, dass vermehrt individualisiert werden sollte und dass vermehrt angewandte Aufgaben gelöst werden sollten. Der Notwendigkeit der Individualisierung in allen Unterrichtsgegenständen wird bereits große Bedeutung beigemessen, sie ist zurzeit ein überaus präsentes Thema in der Lehrer/innenfortbildung. Wie im Mathematikunterricht Individualisierung gefördert werden kann, wäre das Thema eines eigenen Aufsatzes. Hingewiesen soll an dieser Stelle nur darauf werden, dass sich Partner/innen- und Gruppenarbeiten als förderlich erwiesen haben. Überdies wird dadurch auch die Team- und Kommunikationsfähigkeit gefördert, also das Reden über Mathematik.

Angewandte Aufgaben sollen sich aber unbedingt auf die Erfahrungswelt der Kinder beziehen. Wie sollten sie sonst verknüpfen können. Beispiele aus der jeweiligen Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler erleichtern die Übertragung und Vernetzung mathematischer Inhalte. Mathematik bleibt so zumindest in der Sekundarstufe I ein integrativer Bestandteil des Lebens und wird nicht zu einem Unterrichtsgegenstand, der nur aus Formalismen besteht und lebensfremd wirkt.

Dazu folgendes Beispiel:

925 Die Stopp-Tafel ist ein Verkehrszeichen, das sich in seiner Form von allen anderen Verkehrszeichen unterscheidet.
a) Welche besondere Form hat die Stopp-Tafel?
b) Welche geometrische Figuren werden sonst bei Verkehrsschildern verwendet? Zähle einige Verkehrszeichen auf!
c) Versuch eine Erklärung zu finden, warum unter den Verkehrszeichen gerade die Stopp-Tafel eine einzigartige Form hat!

925 a) Achteck mit gleich langen Seiten **b)** Dreieck, z. B. Achtung Baustelle; Rechteck, z. B. Fußgängerzone; Kreis, z. B. Halte- oder Parkverbot; Quadrat, z. B. Vorrang **c)** Damit sie auch von hinten zu erkennen ist.

(aus Hanisch et al 2009, S. 201)

7. Belohnungszentrum

Das Gehirn besitzt auch ein Belohnungszentrum, welches Dopamin ausschüttet. Dieses Belohnungszentrum kann auf unterschiedliche Weise aktiviert werden. Die folgende Auflistung folgt der (historisch) wissenschaftlichen Entdeckungsreihe. Zuerst wurde entdeckt, dass das Belohnungszentrum durch Kokain aktiviert wird. Aber auch durch den Genuss von Schokolade kommt es zur Dopaminausschüttung, ebenso wie beim Hören der Lieblingsmusik, oder durch nette Worte und Blicke. Daher

ist dem Lehrer/innen-Schüler/innen-Verhältnis große Bedeutung beizumessen. Des Weiteren kommt es aber auch durch Erfolg und Lob zur Dopaminausschüttung. Lehrer/innen beeinflussen das und geben förderliches Feedback, sie machen Erfolgserlebnisse möglich, sie loben die Schüler und Schülerinnen und motivieren sie dadurch.
Die Rolle der Emotionen ist beim Lernen kaum zu überschätzen. Es konnte gezeigt werden, dass neutrale Lerngegenstände in Abhängigkeit davon, in welchem emotionalen Zustand sie gelernt wurden, in jeweils anderen Bereichen des Gehirns gespeichert werden (vgl. SPITZER in CASPARY 2006, S. 28), einmal im Mandelkern (negativer emotionaler Kontext) einmal im Hyppocampus (positiver emotionaler Kontext). Werden nun Informationen in einen negativen Kontext gebracht bzw. in einem negativen Kontext gelernt, so reagiert der Körper mit Angst und Fluchtverhalten. Kreative Problemlösestrategien werden dadurch nicht mehr möglich. Erst eine angstfreie emotionale Lernumgebung ermöglicht, dass Lerninhalte an den richtigen Orten des Gehirns abgespeichert werden können und so später in anderen Situationen wieder zur Verfügung stehen (ebd. S. 29).
Wichtig dabei ist aber auch die Belohnungserwartung. Lernen sollte belohnt und zudem als positive Anstrengung empfunden werden. Aus lernpsychologischer Sicht ist es daher nachteilig, wenn Lernen zu entspannt und zu „kuschelig“ ist und ohne jegliche Anstrengung auf niedrigem Niveau passiert. Hilfreich dabei sind klare Regeln der Bewertung eines Lernerfolgs, die für Schüler/innen nachvollziehbar sind.

Kinder brauchen Identifikationsfiguren. Lehrer/innen sind besonders wichtige Identifikationsfiguren. Alleine das Zeigen von Begeisterung für das Fach Mathematik kann bei Schüler/innen besonders motivierend wirken. Die moderne Gedächtnisforschung zeigt nämlich, dass bei jedem Inhalt, der als solcher gelernt wird, auch mitgelernt wird, wer diesen Inhalt vermittelt (Quellengedächtnis) und wo das Lernen stattfindet (Orts- und Zeitgedächtnis). Somit kann dieser Lernkontext mitentscheidend für den Lernerfolg sein (vgl. ROTH in CASPARY 2006, S. 67).

Besonders wichtig ist in diesem Zusammenhang auch die gesonderte Beachtung der Mädchen im Mathematikunterricht. Ihnen zu zeigen, dass es für sie wichtig ist Mathematik zu können, weil sie durch gute Mathematikkenntnisse mehr Wahlmöglichkeiten für ihre Berufslaufbahn haben, kommt große Bedeutung zu. In unserem neuen Lehrwerk für die Sekundarstufe I haben wir aus diesem Grund die Figuren Sara und Tom – ein Zwillingsgeschwisterpaar – kreiert. Diese beiden erleben viele Dinge und sind sehr neugierig und können so als Vorbilder dienen. Sara ist dabei jedoch um ein paar Minuten älter und auch ein kleines bisschen klüger als Tom. Dieser Vorsprung wurde geschaffen, damit Mädchen erkennen, dass sie genauso begabt in Mathematik sind wie Buben und dass sich auch Mädchen mit anspruchsvollen mathematischen Inhalten beschäftigen. Es wird gezeigt, dass Mädchen begeistert von Mathematik sind und dass sie logisch und zielorientiert arbeiten.

Des Weiteren sind für Kinder besonders solche Aufgaben motivierend, die sie emotional positiv ansprechen. Gerade Mädchen lieben Problemstellungen mit Babys, Tieren usw. Statt *Berechne das Volumen des Quaders mit a=… usw.*, wäre besser: *Hamster Kasimir hat eine Futterschüssel, deren innerer Teil etwa die Form eines Quaders hat mit den Abmessungen a=… usw. Seine Futterpackung enthält 1 Liter. Wie oft kann die Futterschüssel gefüllt werden?*

Wichtig ist, dass das Gehirn nicht nur den Stoff sondern auch die damit verbundenen Emotionen lernt. Lernen die Schüler/innen daher mit Freude Mathematik, werden sie auch in ihrem weiteren Leben, wenn sie beispielsweise eine mathematische Formel sehen, interessiert an das Problem herangehen. War Mathematik dagegen ein Horrorfach, werden auch später bei jeder Formel die Angst, der Schrecken und insbesondere die Abneigung wieder in Erinnerung gerufen, die sie beim Lernen von Mathematik hatten.

In diesem Zusammenhang ist der Begriff des Aktivierungspotenzials wichtig. Für jede körperliche oder geistige Leistung gibt es ein optimales Aktivierungspotenzial. Dieses ist bei körperlichen Aktivitäten wie etwa laufen wesentlich höher als bei geistigen Leistungen wie etwa Mathe-Schularbeiten schreiben. Ist nun Mathematik und insbesondere die Schularbeiten in diesem Fach mit Angst gekoppelt, tritt eine Alarmreaktion ein, der Körper stellt sich auf Davonlaufen oder auf Kampf ein. Zu erkennen ist dieser Umstand auch daran, dass viele Menschen noch im Erwachsenenalter von ihren Ängsten z. B. Mathematikschularbeiten betreffend sprechen, obwohl diese schon sehr lange zurückliegen. Für Schüler/innen bedeutet dies, dass sie dann nicht in der Lage sind optimale geistige Höchstleistungen zu verbringen. Und was kann man dagegen tun? Schularbeiten mit Erfolgserlebnissen verbinden. Wählen Sie daher die Aufgaben so aus, dass ein/e Schüler/in, die gelernt hat, die Aufgaben leicht lösen kann. Vielleicht etwas weniger durchnehmen, aber das mit Freude. All diese eben beschriebenen Ausführungen und die davon abgeleiteten Handlungsempfehlungen haben erfolgreiche Lehrer/innen wahrscheinlich intuitiv sowieso schon durchgeführt. Jetzt ist vielleicht ein bisschen klarer, warum.

8. Literatur

HANISCH, Günter (1985): Gefahren der Visualisierung. In: KAUSCHITZ, H. u. METZLER, W. (Hg.) (1985): Anschauung und mathematische Modelle. Wien: HPT, S. 99 – 109.

HANISCH, Günter (1998): Fehler – eine Chance zum Lernen. In: ÖSTERREICHISCHE MATHEMATISCHE GESELLSCHAFT (Hg.) (1998): Didaktikhefte der ÖMG. Heft 29. Wien: S. 48 – 54.

HANISCH, Günter, BENISCHEK, Isabella, HAUER-TYPPELT, Petra, SATTLBERGER, Eva (2009): MatheFit2. Wien, Besseres Buch.

HANISCH, Günter, BENISCHEK, Isabella, HAUER-TYPPELT, Petra, SATTLBERGER, Eva (2010): MatheFit3. Wien, Besseres Buch (in Druck).

ROTH, Gerhard (2006): Möglichkeiten und Grenzen von Wissensvermittlung und Wissenserwerb. In: CASPARY, R. (Hg.) (2006): Lernen und Gehirn. Freiburg im Breisgau: Herder, S. 54 – 69.

SCHIRP, Heinz (2006): Neurowissenschaften und Lernen. In: CASPARY, R. (Hg.) (2006): Lernen und Gehirn. Freiburg im Breisgau: Herder, S. 99 – 127.

SPITZER, Manfred (2007): Lernen. Gehirnforschung und die Schule des Lebens. Heidelberg, Berlin: Springer-Verlag.

SPITZER, Manfred (2006): Medizin für die Schule. In: CASPARY, R. (Hg.) (2006): Lernen und Gehirn. Freiburg im Breisgau: Herder, S. 23 – 35.

STADELMANN, Willi (2003): Wagenscheins Genetisches Prinzip im Lichte neuropsychologischer Erkenntnisse über das Lernen und Verstehen. Schriftenreihe der Schweiz. Wagenschein-Gesellschaft, S.32

STERN, Elisabeth (2006): Wie viel Hirn braucht die Schule? In: CASPARY, R. (2006): Lernen und Gehirn. Freiburg im Breisgau: Herder, S. 128 – 141.

OVERMANN, Manfred (2005): Emotionales, transnationales, hyper-, tele- und multimediales Fremdsprachenlernen. Frankfurt am Main: Peter Lang.

9. *Anschrift der Verfasser/innen*

Günter HANISCH
Fakultät für Mathematik der Universität Wien
Nordbergstraße 15, Zi. 415, 1090 Wien
guenter.hanisch@univie.ac.at

Eva SATTLBERGER
Institut für Bildungswissenschaft der Universität Wien
Forschungseinheit LehrerInnenbildung und Professionalisierungsforschung
Maria Theresienstraße 3, 1090 Wien
eva.sattlberger@univie.ac.at